

T.P. P3 : Mesure du rayon de la Terre par la méthode d'Eratosthène

- Objectifs :** - Prendre connaissance de la méthode d'Eratosthène
- Savoir appliquer cette méthode à la détermination du rayon de la Terre.

Eratosthène était un contemporain d'Archimède. Il vécut de -284 à -193 et fut astronome, mathématicien (il travailla sur les nombres premiers) et géographe. Il dirigea la bibliothèque d'Alexandrie, en Egypte vers 250 avant J.-C. Outre une carte du monde détaillée, utilisant pour la première fois les méridiens et les parallèles, on lui doit une valeur remarquablement précise du diamètre de la Terre, qu'il obtint grâce à une méthode ingénieuse.



Eratosthène de Cyrène

1) L'erreur d'Anaxagore (2)

Dans la ville de Syène (actuellement Assouan), près du Nil, le jour du solstice d'été, à un instant donné, le fond d'un puits est parfaitement éclairé par le Soleil. Or, à Alexandrie, ville située sur le même méridien, ce même jour, l'ombre portée d'un bâton vertical de hauteur h est au minimum égale au huitième de sa hauteur. En supposant que la Terre était plate et sachant que les caravanes de chameaux joignaient Alexandrie à Syène en 50 jours, en effectuant 100 stades (1) par jour, le philosophe grec Anaxagore (2) put donner une estimation de la hauteur du Soleil au-dessus de la Terre, vers 430 avant Jésus-Christ.

- (1) *Le stade est une mesure de longueur de la Grèce ancienne, valant environ 160 m.*
(2) *Anaxagore vécut de -500 à -428. Philosophe et savant grec il enseigna à Athènes: Périclès fut son élève.*

Q.1. : Quelle est l'erreur commise par Anaxagore ?

Q.2. : Faire un schéma illustrant le raisonnement d'Anaxagore (faire apparaître toutes les notations de l'énoncé).

Q.3. : Déterminer la distance d entre Alexandrie et Syène en stades puis en kilomètres

Q.4. : Déterminer la hauteur H du Soleil au-dessus de la Terre.

2) Mesure du rayon de la Terre par Eratosthène

a- L'expérience d'Eratosthène

La sphéricité de la Terre était admise vers le IV^{ème} siècle avant notre ère en Grèce. Eratosthène avait appris qu'à Syène, le jour du solstice d'été, à midi, les rayons du Soleil tombaient verticalement, atteignant le fond d'un puit profond et étroit.

A Alexandrie, ville située plus au nord sur le même méridien, à la même date et à la même heure, cela ne se produisait pas. Il y planta un bâton (un gnomon) verticalement et constata qu'il avait une ombre: il mesura l'angle α entre le gnomon et les rayons du Soleil ; il trouva un cinquantième de cercle.

Il interpréta cette observation de la façon suivante :

Il supposa que le Soleil était très éloigné de la Terre. Dans ces conditions, les rayons parvenant en n'importe quel point de la surface terrestre sont parallèles. Si la Terre était plate, les rayons arriveraient aussi bien à la verticale d'Alexandrie qu'à celle de Syène. La différence est due à la rotondité de la Terre.

Eratosthène savait également que les caravanes de chameaux partant de Syène mettaient 50 jours pour arriver à Alexandrie en parcourant 100 stades par jour (le stade équivaut à 160 m). Ces éléments étaient suffisants pour calculer le rayon de la Terre.

b- Ses hypothèses

Il en fit deux :

- la Terre est ronde.
- les rayons qui arrivent à Alexandrie et à Syène sont parallèles entre eux.

Q.5. : Connaissez-vous des observations permettant de justifier la rotondité de la Terre ?

Q.6. : Qu'est-ce qui vous semble justifier la seconde hypothèse ?

c- Calcul du rayon de la Terre

S.7. : Représenter sur la figure ci dessous les rayons du soleil qui frappent le fond du puits à Syène et l'extrémité du bâton à Alexandrie.

S.8. : Représenter les droites obtenues en prolongeant le gnomon et le rayon solaire parvenant à Syène. Elles se coupent en un point particulier. Quel est ce point ?

Q.9. : Représenter l'angle α entre le gnomon et le rayon solaire passant par son extrémité supérieure.

Q.10. : Comment Eratosthène a-t-il calculé la valeur de cet angle grâce à l'ombre du gnomon ? (Pour vous aider : faites un schéma agrandi représentant uniquement le gnomon et son ombre, mettez des lettres qui vous permettront de trouver la formule adapté. Sachez que sur une si petite mesure, on peut considérer que la Terre est plate donc un triangle rectangle au niveau du pied du gnomon)

Q.11. : Sur le schéma, où retrouve-t-on également l'angle α ? Expliquer (loi mathématique).

Q.12. : A partir de la formule précédente, Eratosthène a trouvé pour α une valeur de $7,2^\circ$.

Sachant que dans un cercle, les longueurs des arcs sont proportionnels aux angles au centre, compléter le tableau suivant :

Longueur de l'arc (km)	Angle ($^\circ$)
d_{SA}	7,2
C ?	360

Où C est la circonférence de la Terre. Calculer C.

Q.13. : Dédurre de l'ensemble du résultat précédent la valeur du rayon R_T de la Terre obtenue par Eratosthène.

Q.14. : Comparer cette valeur à celle adoptée actuellement (6378 km). Conclure.

