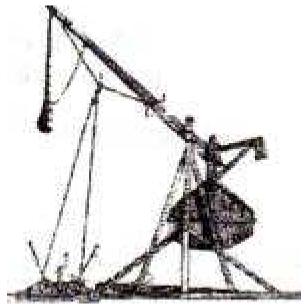
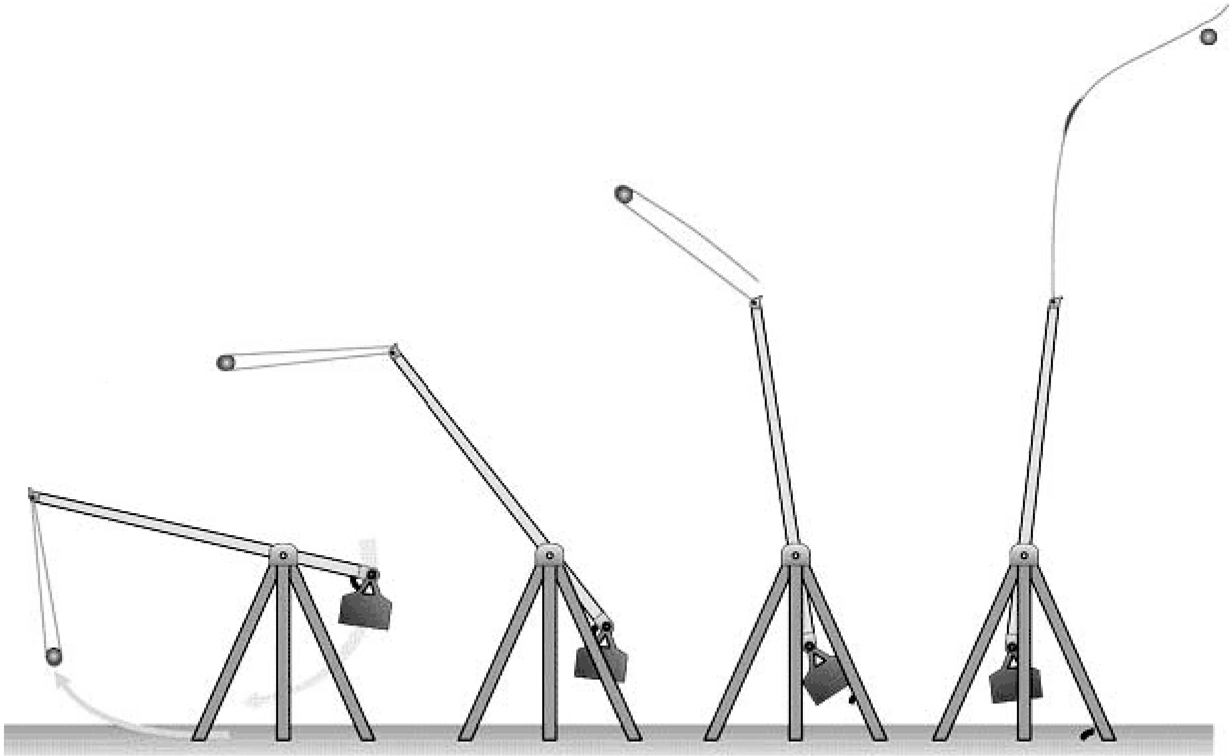
D.S. n°5

Utilisation de la calculatrice interdite

Exercice 1 : **Le trébuchet (/ 6,5 pts.)**



Le trébuchet est une machine de guerre utilisée au Moyen Âge au cours des sièges de châteaux forts. Le projectile pouvait faire des brèches dans les murailles des châteaux forts situés à plus de 200 m du trébuchet. Son principe de fonctionnement est le suivant :
Un contrepoids relié à un levier est maintenu à une certaine hauteur par des cordages. Il est brusquement libéré. Au cours de sa chute, il agit sur un levier au bout duquel se trouve une poche en cuir dans laquelle est placé le projectile.
Lors de sa libération, le projectile de la poche se trouve à une hauteur H = 10 m et est projeté avec une vitesse $\vec{V}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale (voir la ***figure 1 de l'annexe page à remettre avec la copie).***
Les mouvements du contrepoids et du projectile s'effectuent dans un champ de pesanteur uniforme.



Données :

Masse du projectile m = 130 kg.
Intensité du champ de pesanteur $g \approx 10\ m.s^{-2}$.
Hauteur du projectile au moment du lancer : H = 10 m.
Masse volumique de l'air $\rho air = 1{,}3\ kg.m^{-3}$.
Volume du projectile V = 50 L

Étude du mouvement du projectile après libération

Le *système étudié est le projectile. Les frottements de l'air sur le projectile seront négligés dans cette étude. Le champ de pesanteur $\vec{g}$ est parallèle à l'axe Oz. La situation est représentée sur la* ***figure 1 de l'annexe à remettre avec la copie.***

1. Donner les caractéristiques (sens, direction et valeur) du poids $\vec{P}$ et de la poussée d'Archimède $\vec{P}_A$ qui s'exercent sur le projectile.
2. Est-il judicieux de négliger par la suite la poussée d'Archimède ?
3. Faire l'étude du mouvement en appliquant la 2nde loi de Newton dans le cadre de la chute libre. Déterminer les coordonnées a_x et a_z du vecteur accélération du centre d'inertie du projectile dans le repère indiqué.
4. Donner l'expression des coordonnées du vecteur-vitesse initiale $\vec{V}_0$, notées v_{0x} et v_{0z}, en fonction de V_0 et α.
5. *On appelle composante horizontale de la vitesse la coordonnée* $v_x(t)$ *du vecteur* $\vec{V}$ *et composante verticale la coordonnée* $v_z(t)$.

Déterminer l'expression des composantes horizontale et verticale $v_x(t)$ et $v_z(t)$ du vecteur-vitesse $\vec{V}$ du système au cours de son mouvement.

6. En déduire la nature du mouvement du projectile en projection sur l'axe horizontal. Justifier.

7. Déterminer l'expression des équations horaires du mouvement du projectile : x(t) et z(t).

8. Déduire de l'étude du mouvement les expressions de l'énergie cinétique, de l'énergie potentielle de pesanteur et de l'énergie mécanique. Que constate-t-on pour E_m ?

9. Montrer que l'équation de la trajectoire du projectile est la suivante :

$$z = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + x \tan\alpha + H$$

9. Quelle est la nature de la trajectoire du projectile ? Représenter qualitativement l'allure de la trajectoire sur la **figure 1 de l'annexe page à remettre avec la copie.**

10. En utilisant l'expression de l'équation de la trajectoire obtenue à la question **8.**, indiquer les paramètres de lancement qui jouent un rôle dans le mouvement du projectile.

11. Dans le cas où le projectile est lancé avec une vitesse initiale horizontale, montrer que l'abscisse de son point de chute est :

$$x = v_0 . \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

12. Avec quelle vitesse initiale v_0 horizontale, le projectile doit-il être lancé pour atteindre la base du mur du château situé à une distance x = 100 m ?

Aide au calcul: $\sqrt{0,5} = 7,1 \times 10^{-1}$; $\sqrt{2} = 1,41$

ANNEXE DE L'EXERCICE 1

Figure 1.

Tir a trébuchet

Exercice 2 : **La station spatiale internationale (/ 5,5 pts.)**

La station spatiale internationale (Internationale Space station, ISS) est le résultat d'une coopération internationale sans précédent qui va permettre, pendant plus de 10 ans, d'effectuer des expériences dans de nombreux domaines scientifiques.
Lorsqu'elle sera achevée, l'ISS sera la plus grande structure jamais réalisée par l'homme dans l'espace. La surface de cet immense complexe de plus de 100 m de long sera équivalente à celle d'un grand stade de football comprenant des laboratoires, un module d'habitation…
Le lancement du 1^er élément de l'ISS, le module russe Zarya, a eu lieu en 1998 et, depuis novembre 2000, deux ou trois spationautes occupent en permanence la station.
Sa construction se poursuit au fur et à mesure des vols de la navette spatiale américaine.

D'après le site du CNES (mars 2006)

I. Décollage de la navette spatiale (shuttle en anglais)

Au décollage, la navette comporte trois éléments : le gros réservoir extérieur, les deux fusées d'appoint (boosters) et la navette proprement dite (ou orbiter) avec ses ailes delta et ses trois moteurs SSME. L'ensemble a une masse au décollage voisine de $M_N = 2,0 \times 10^3$ tonnes.

Après une longue préparation, à t_0 = 0 s, les boosters sont mis à feu et le véhicule est libéré de ses attaches. Pendant les quinze premières secondes du vol, la trajectoire est verticale par rapport au référentiel terrestre. À t_3 = 3,0 s, la navette a une vitesse d'environ 50 km.h^{-1} soit 14 m.s^{-1} et à t_5 = 5,0 s, sa vitesse vaut environ 92 km.h^{-1} soit 25 m.s^{-1}.
Après huit minutes et différentes manœuvres, elle atteindra son orbite stable.

Données :

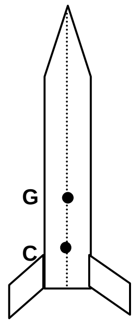
- Accélération de la pesanteur terrestre : $g = 10$ m.s^{-2}.
- La durée d'étude étant très courte, on considère que la masse de la navette ne change pas, en réalité elle perd 1 % de sa masse).

1. Définir puis déterminer l'accélération de la navette à la date $t_4 = 4,0$ s.

2. Durant cette phase on peut négliger l'action de l'atmosphère (de l'air) et on supposera que la force de poussée due à l'éjection des gaz par les fusées est constante. Cette force s'applique au centre de poussée noté C sur le schéma ci-contre et situé sous le centre de gravité G.

2.1. Représenter les forces qui s'exercent sur la navette à la date $t_4 = 4,0$ s. On utilisera le schéma simplifié ci-contre à reproduire sur la copie.

2.2. Calculer la valeur de la poussée.



II. Étude du mouvement de la station spatiale

Par rapport au référentiel géocentrique, la station S effectue seize révolutions par jour sur une orbite circulaire, inclinée de 51,6° par rapport à l'équateur et située à une altitude z (environ 400 km).

Données :

- M_T : masse de la Terre
- R_T : rayon de la Terre
- M_S : masse de la station
- G : constante de gravitation universelle
- Z : altitude de la station
- La Terre a une répartition de masse à symétrie sphérique et la station a des dimensions faibles par rapport à la distance qui la sépare de la Terre.

1. Donner l'expression vectorielle de la force gravitationnelle que la Terre exerce sur la station en fonction des données. Faire un schéma où seront représentées la Terre, la station et la force.

2. Étude de la vitesse

2.1. En supposant que seule la force gravitationnelle s'exerce sur la station, montrer que le mouvement de la station est uniforme et établir l'expression de sa vitesse en fonction des données.

2.2. La masse M_S de la station croît au fur et à mesure de sa construction : elle valait 195 tonnes en septembre 2006 et vaudra 435 tonnes en 2010, date prévue pour la fin de sa construction. La vitesse de la station sur son orbite sera-t-elle modifiée ?

2.3. Quelle est la loi de Kepler qui prévoit que le mouvement circulaire d'un satellite est uniforme. L'énoncer.

3. Définir puis établir l'expression de la période de révolution de la station en fonction des données.

4. Satellite géostationnaire

4.1. Définir un satellite géostationnaire.

4.2. La station est-elle géostationnaire ? Justifier la réponse.

<u>Exercice 3 :</u> Propriétés des solutions d'ammoniac (/ 8pts.)

<u>Données et rappels :</u>

- Produit ionique de l'eau : $K_e = 1,0.10^{-14}$.
- pK_A des couples acide/base suivants :

  $H_3O^+(aq) / H_2O(\ell)$: $pK_{A1} = 0$

  $NH_4^+(aq) / NH_3(aq)$: $pK_{A2} = 9,2$

  $H_2O(\ell) / HO^-(aq)$: $pK_{A3} = 14$

- Conductimétrie :

  La conductivité σ d'une solution contenant des espèces ioniques X_i est fonction des concentrations molaires effectives $[X_i]$ de ces ions dans la solution selon la loi :

  $$\sigma = \Sigma_i \lambda_i [X_i].$$

  σ s'exprime en S.m^{-1}, λ_i conductivité molaire ionique en S.m².mol^{-1} et les concentrations $[X_i]$ en mol.m^{-3}.
- Valeurs des conductivités molaires ionique (en S.m².mol^{-1}) :

  $\lambda(HO^-(aq)) = 200.10^{-4}$ S.m².mol^{-1}

  $\lambda(NH_4^+(aq)) = 73.10^{-4}$ S.m².mol^{-1}.

Une solution commerciale S_0 d'ammoniac $NH_3(aq)$ de concentration $C_0 = 1,1$ mol.L^{-1} peut être utilisée, après dilution, comme produit nettoyant (éviers, lavabos, …) ou comme produit détachant (moquette, tapis, …).

On se propose d'étudier la solution S d'ammoniac de concentration C_S : S est 100 fois plus diluée que S_0.

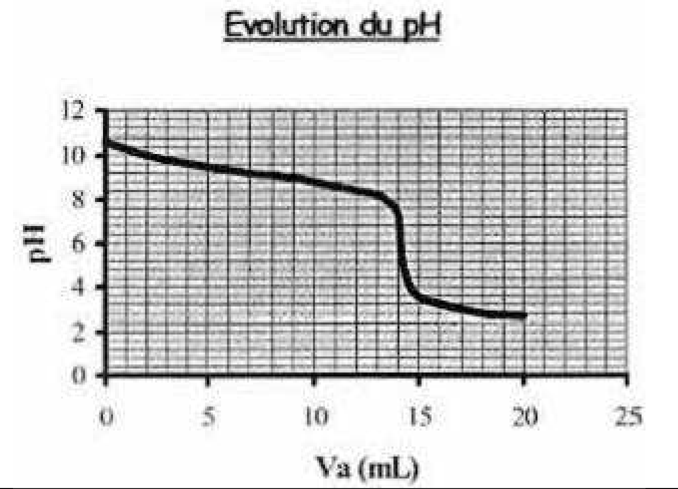
1.1 Préparation de la solution diluée S :

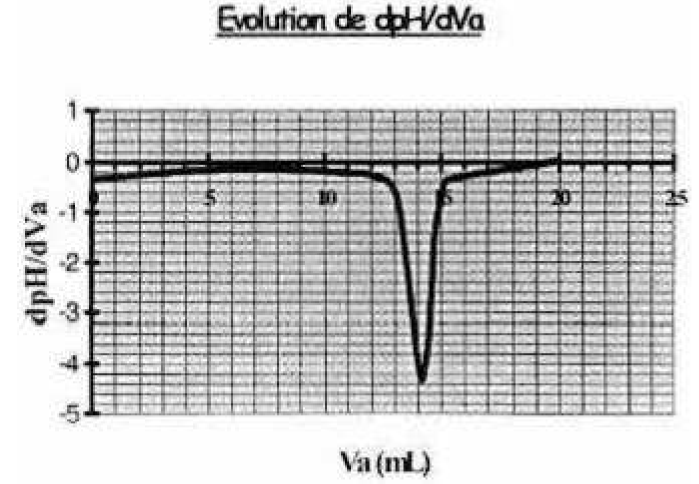
Faire la liste de la verrerie nécessaire pour préparer précisément un volume V = 1,00 L de S à partir de S_0.

1.2 Titrage de la solution diluée S :

On se propose de vérifier la valeur de la concentration C_0 de S_0.
Pour cela, la solution S est titrée par une solution d'acide chlorhydrique de concentration Ca = 0,015 $mol.L^{-1}$.
Dans un volume V_S = 20 mL de la solution S, on verse progressivement la solution d'acide chlorhydrique et on mesure après chaque ajout le pH du mélange.
On peut alors tracer la courbe d'évolution du pH en fonction du volume de solution acide ajoutée Va à l'aide d'un logiciel approprié. On trace aussi la courbe d'évolution de la dérivée $\frac{dpH}{dVa}$ en fonction de Va.

<u>Évolutions de pH et de dpH / dVa en fonction de V_a</u>





1.2.1 Faire un schéma légendé du dispositif expérimental de titrage.

1.2.2 Réaction de titrage :
Écrire l'équation bilan de la réaction de titrage (1) de la solution d'ammoniac S.

1.2.3 Détermination des concentrations :

1.2.3.a À partir des données expérimentales, déterminer le volume de solution acide versé à l'équivalence Va_E. Préciser la méthode employée.

1.2.3.b En déduire la valeur de la concentration C_S de la solution diluée S.
Déterminer alors la valeur de la concentration C_0 de la solution S_0.
Comparer la valeur trouvée à la valeur C_0 donnée au début de l'énoncé.

<u>Remarque :</u> Pour la suite de l'exercice, on utilisera la valeur de C_0 donnée au début de l'énoncé et la valeur correspondante de C_S.

1.2.4 Autre repérage de l'équivalence :
Parmi les indicateurs colorés du tableau ci-dessous, déterminer celui qu'il faut ajouter à la solution pour procéder le plus efficacement possible au titrage précédent par une méthode colorimétrique. Justifier ce choix. Qu'observe-t-on autour de l'équivalence dans ce cas ?

Indicateur coloré	Teinte acide	Zone de virage	Teinte basique
Bleu de bromophénol	Jaune	3,0 – 4,6	Bleu-violet
Rouge de méthyle	Rouge	4,2 – 6,2	Jaune
Rouge de crésol	Jaune	7,2 – 8,8	Rouge

1.3 Étude de l'équilibre dans la solution diluée S :

On considère maintenant un volume V_S = 1,0 L de la solution S.

1.3.1 Réaction acido-basique dans S :
L'équation bilan, notée (2) de la réaction entre l'ammoniac et l'eau est :

$$NH_3(aq) + H_2O(\ell) = NH_4^+(aq) + HO^-(aq) \qquad (2)$$

1.3.1.a Donner l'expression littérale de la constante d'équilibre K associée à l'équation de la réaction (2).

1.3.1.b Exprimer K en fonction de K_e et K_{A2}. Calculer K.
Aide au calcul : $10^{-4.8} = 1,6.10^{-5}$; $10^{-3.8} = 1,6.10^{-4}$

1.3.2. Composition de S :

1.3.2.a Reproduire puis compléter sur votre copie le tableau d'avancement, ci-dessous, associé à la transformation modélisée par la réaction d'équation (2).

Equation		**$NH_3(aq)$ +**	**$H_2O(\ell)$**	**= $NH_4^+(aq)$ +**	**$HO^-(aq)$**
Etat	**Avancement (mol)**	**Quantité de matière (mol)**			
Etat initial	**0**		**Excès**	**0**	**0**
Etat final	**$x_{éq}$**		**Excès**		

Tableau d'avancement

Remarque :
A l'état initial, $[NH_3(aq)]_i = C_S$ (concentration de la solution S).
L'avancement à l'état final d'équilibre est noté $x_{éq}$.
Le volume de la solution V_S est supposé constant (la dilution est négligée).

1.3.2.b En supposant que $x_{éq}$ est négligeable par rapport au produit $C_S.V_S$, montrer que :

$$K \approx \frac{x_{éq}^2}{C_S.U_S^2}$$

1.3.2.c En déduire la valeur $x_{éq}$. L'hypothèse est-elle justifiée ?
Aide au calcul : $\sqrt{10,5 * 1,6} = 4,1$

1.3.3 Etude conductimétrique :
La valeur de la conductivité de la solution diluée S est $\sigma = 8,19.10^{-3}$ S.m^{-1}.

1.3.3.a En déduire la valeur commune de la concentration (en mol.L^{-1}) des ions $NH_4^+(aq)$ et $HO^-(aq)$ dans la solution S.
1.3.3.b Déterminer alors la valeur du pH de la solution S. Ce résultat est-il en accord avec les données expérimentales ?

Correction du D.S. n°5

Exercice 1 :

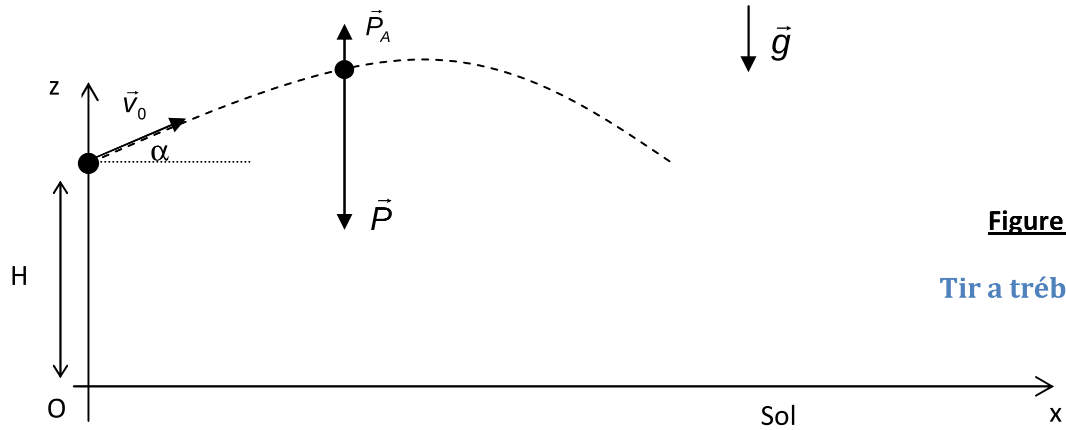


Figure 1.

Tir a trébuchet

1. Caractéristiques **du poids** $\vec{P}$:
- direction: verticale

- sens: vers le bas

- valeur: **P** = m.g

P = 130 × 10 = **$1{,}3\times10^3$ N**

Caractéristiques de la **poussée d'Archimède** $\vec{P}_A$:

- direction: verticale

- sens: vers le haut

- valeur: $\mathbf{P_A} = \rho_{air}.V.g$

$P_A = 1{,}3 \times 50\times10^{-3} \times 10 = 1{,}3\times5{,}0\times10^{-1} = \mathbf{6{,}5\times10^{-1}\ N}$ (V = 50 L = 50×10^{-3} m^3)

2. Calculons: $\dfrac{P}{P_A} = \dfrac{1{,}3\times10^3}{1{,}3\times5{,}0\times10^{-1}} = \dfrac{1}{5{,}0}\times10^4 = 0{,}20\times10^4 = \mathbf{2{,}0\times10^3}$

Le valeur du poids est environ 2000 fois plus grande que la valeur de la poussée d'Archimède.
On peut donc négliger par la suite la poussée d'Archimède devant le poids.

3. Système : Le projectile Référentiel : le sol , référentiel terrestre supposé galiléen
Dans le cadre de la **chute libre**, le projectile n'est soumis qu'à la force poids.

La 2nde loi de Newton donne: $\vec{P} = m.\vec{a} \Leftrightarrow m.\vec{g} = m.\vec{a}$

soit: $\vec{a} = \vec{g}$

En projection selon les axes Ox et Oz du repère choisi et compte tenu du sens du vecteur $\vec{g}$ indiqué sur la figure 1 ci-dessus, il vient:

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = g_x = 0 \\ a_z = g_z = -g \end{cases}$$

4. Coordonnées du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$:

$$\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0.\cos\alpha \\ v_{0z} = v_0.\sin\alpha \end{cases}$$

5. À chaque instant, $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ donc : $a_x(t) = \dfrac{dv_x(t)}{dt}$ et $a_z(t) = \dfrac{dv_z(t)}{dt}$, en primitivant on a :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = Cte_1 \\ v_z(t) = -g.t + Cte_2 \end{cases}$$

Compte tenu du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0 = \vec{v}(0)$ on a :

$v_0 . \cos\alpha = Cte_1$

$v_0 . \sin\alpha = 0 + Cte_2$

Finalement :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = v_0.\cos\alpha \\ v_z(t) = -g.t + v_0.\sin\alpha \end{cases}$$

6. Comme à chaque instant la composante du vecteur vitesse sur l'axe horizontal est constante ($v_x(t) = v_0 . \cos\alpha = Cte_1$), **le mouvement du projectile en projection sur l'axe horizontal est uniforme.**

7. À chaque instant $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ donc $v_x(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$ et $v_z(t) = \dfrac{dz(t)}{dt}$, en primitivant on a :

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = v_0.\cos\alpha.t + Cte_3 \\ z(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t + Cte_4 \end{cases}$$

Or à t = 0 le projectile est au point de coordonnées (x(0) = 0; z(0) = H) donc:

$x(0) = 0 + Cte_3 = 0$

$z(0) = 0 + 0 + Cte_4 = H$

Finalement :

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = v_0.\cos\alpha.t \\ z(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t + H \end{cases}$$

8. On tire de l'expression de $x(t) = v_0.\cos\alpha.t$, le temps t : $t = \dfrac{x}{v_0.\cos\alpha}$

que l'on reporte dans z(t) : $z(x) = -\dfrac{1}{2}.g.\dfrac{x^2}{v_0^2.\cos^2\alpha} + v_0.\sin\alpha.\dfrac{x}{v_0.\cos\alpha} + H$

Finalement: $$z(x) = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + x \tan\alpha + H$$

9. L'expression z(x) est de la forme: $z(x) = a.x^2 + b.x + c$ avec a qui est négatif.
Il s'agit de l'équation d'une parabole dont la concavité est tournée vers le bas (a <0).

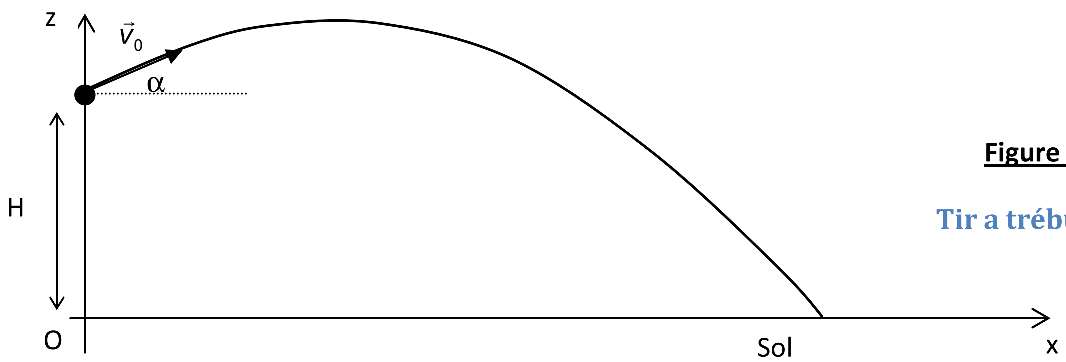


Figure 1.

Tir a trébuchet

10. À la question 8, on a obtenu $z(x) = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + x \tan\alpha + H$.

En supposant la hauteur de libération H constante, les deux paramètres de lancement qui jouent un rôle dans le mouvement du projectile sont la vitesse initiale v_0 et l'angle de tir α. L'intensité du champ de pesanteur g étant également constante.

11. Le projectile est lancé avec une vitesse initiale horizontale donc α = 0 ; on a alors cosα = 1 et tanα = 0. L'équation de la trajectoire devient :

$$z(x) = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2} + H$$

L'abscisse de son point de chute est telle que z = 0 soit : $0 = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2} + H$

$$\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2} = H$$

$$x^2 = \frac{2.v_0^2.H}{g}$$

et finalement $\boxed{x = v_0.\sqrt{\frac{2H}{g}}}$ nécessairement positif

12. D'après la réponse du 11., on a $\boxed{v_0 = x.\sqrt{\frac{g}{2.H}}}$

Si x = 100 m alors: $v_0 = 100 \times \sqrt{\frac{10}{2 \times 10}} = 100 \times \sqrt{0,5}$ = $100 \times 7,1 \times 10^{-1}$ = **$71\ m.s^{-1}$**

<u>Exercice 2 :</u>

I. Décollage de la navette spatiale (shuttle en anglais)

1. L'accélération instantanée de la navette à la date t_4 est égale à la valeur de la dérivée de la vitesse par rapport au temps, à la date t_4 : $a(t_4) = \left(\frac{dv}{dt}\right)_{t_4}$.

Si on considère l'accélération constante de t_3 à t_5, l'accélération instantanée en t_4 est égale à l'accélération moyenne pendant cette durée : $a(t_4) = \dfrac{v(t_5) - v(t_3)}{t_5 - t_3}$.

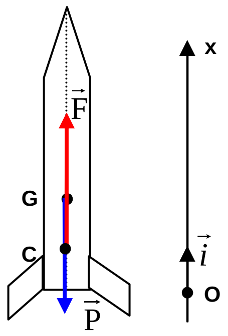
$a(t_4) = \dfrac{25-14}{5,0-3,0} = \dfrac{11}{2,0}$ = **$5,5$ m.s^{-2}**

Remarque : On a considéré l'accélération constante entre t_3 et t_5, car la somme vectorielle des forces subies par la navette est un vecteur constant (le poids subi par la navette est constant : masse de la navette M_N et accélération de la pesanteur g sont supposées constantes ; force de poussée constante : voir l'énoncé de la question 2. qui suit).

2.1. Dans le référentiel terrestre (supposé galiléen), le système {navette} est soumis à l'action de deux forces extérieures :

- la force poids $\vec{P}$ exercée par la Terre,

- la force de poussée $\vec{F}$ due à l'éjection des gaz.



2.2. On applique la deuxième loi de Newton au système {navette} :

$\vec{P} + \vec{F} = M_N.\vec{a} = M_N.\overrightarrow{a(t_4)}$

Par projection suivant l'axe vertical Ox, orienté positivement vers le haut :

$-M_N.g + F = M_N.\, a(t_4)$

$F = M_N.g + M_N.\, a(t_4)$

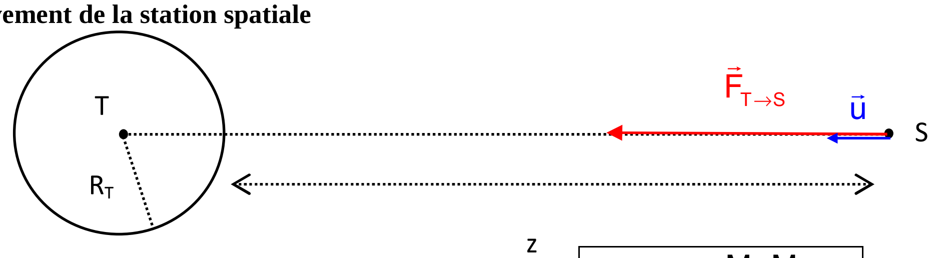
$F = M_N.(\, g + a(t_4))$

$F = 2,0\times10^3\times10^3 \times (\, 10 + 5,5\,)$ *Attention il faut convertir la masse en kg*

$F = 31\times10^6$ N $= 3,1\times10^7$ N

II. Étude du mouvement de la station spatiale

1.



Expression vectorielle de la force exercée par la Terre T sur la station S : $\boxed{\vec{F}_{T\to S} = G\dfrac{M_S.M_T}{(R_T+z)^2}.\vec{u}}$

avec $\vec{u}$ vecteur unitaire orienté de S vers T.

2. Étude de la vitesse

2.1. Le mouvement de la station est étudié dans le référentiel géocentrique, supposé galiléen. La deuxième loi de Newton donne $\vec{F}_{T\to S} = m.\vec{a}$

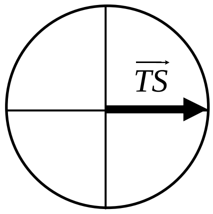
$G\dfrac{M_S.M_T}{(R_T+z)^2}.\vec{u} = M_S.\vec{a}$; finalement: $\boxed{\vec{a} = \dfrac{G.M_T}{(R_T+z)^2}.\vec{u}}$ Le vecteur accélération a une valeur constante, il est toujours dirigé de S vers T (qui est un point fixe dans le référentiel géocentrique). Ce vecteur accélération est donc radial centripète et <u>le mouvement de la station S est circulaire uniforme</u>. Dans le cas d'un mouvement circulaire et uniforme, le vecteur accélération s'écrit : $\boxed{\vec{a} = \dfrac{v^2}{(R_T+z)}.\vec{u}}$

En identifiant les deux vecteurs accélération, il vient : $\dfrac{v^2}{(R_T + z)} = \dfrac{G.M_T}{(R_T + z)^2}$

soit finalement $\boxed{v = \sqrt{\dfrac{G.M_T}{R_T + z}}.}$

2.2. L'expression précédente indique que la vitesse est indépendante de la masse de la station, dès lors cette vitesse ne sera pas modifiée.

2.3. La deuxième loi de Kepler (loi des aires) permet de dire que le rayon vecteur $\overrightarrow{TS}$ allant de la Terre à la station balaye des **surfaces égales** pendant des **intervalles de temps égaux**. Le mouvement est circulaire, donc la vitesse est constante.



3. La période de révolution de la station est la durée nécessaire à la station pour parcourir son orbite, on a $T = \dfrac{2\pi (R_T + z)}{v}$.

La question 2.1. donne $v = \sqrt{\dfrac{G.M_T}{R_T + z}}$ ainsi $T = \dfrac{2\pi (R_T + z)}{\left(\dfrac{G.M_T}{R_T + z}\right)^{1/2}} = \dfrac{2\pi (R_T + z)}{\left(\dfrac{G.M_T}{R_T + z}\right)^{1/2}} = \dfrac{2\pi (R_T + z)^{3/2}}{(G.M_T)^{1/2}}$

4. Satellite géostationnaire

4.1. Pour être **géostationnaire** un satellite doit avoir :

- une **orbite circulaire** dont le centre est le centre T de la Terre et parcourue dans le même sens que le sens de rotation de la Terre,

- une orbite **contenue dans le plan de l'équateur terrestre**,

- une **période T** égale à la **période de rotation propre T_0 de la Terre** autour de l'axe des pôles**.**

4.2. La station n'est pas géostationnaire puisque son orbite circulaire inclinée de 51,6° par rapport à l'équateur, n'est pas contenue dans le plan de l'équateur terrestre.

<u>Exercice 3 :</u>

(0,5) 1.1 Préparation de la solution diluée S :

Déterminons le volume V_0 de la solution mère à prélever :

<u>Solution mère :</u> Solution commerciale S_0 d'ammoniac	<u>Solution fille :</u> solution S
$C_0 = 1,1\ mol.L^{-1}$	$C_S = C_0/100$
V_0 ?	$V = 1,00\ L$

Au cours de la dilution la quantité de matière d'ammoniac ne change pas : $n_S = n_{S0}$

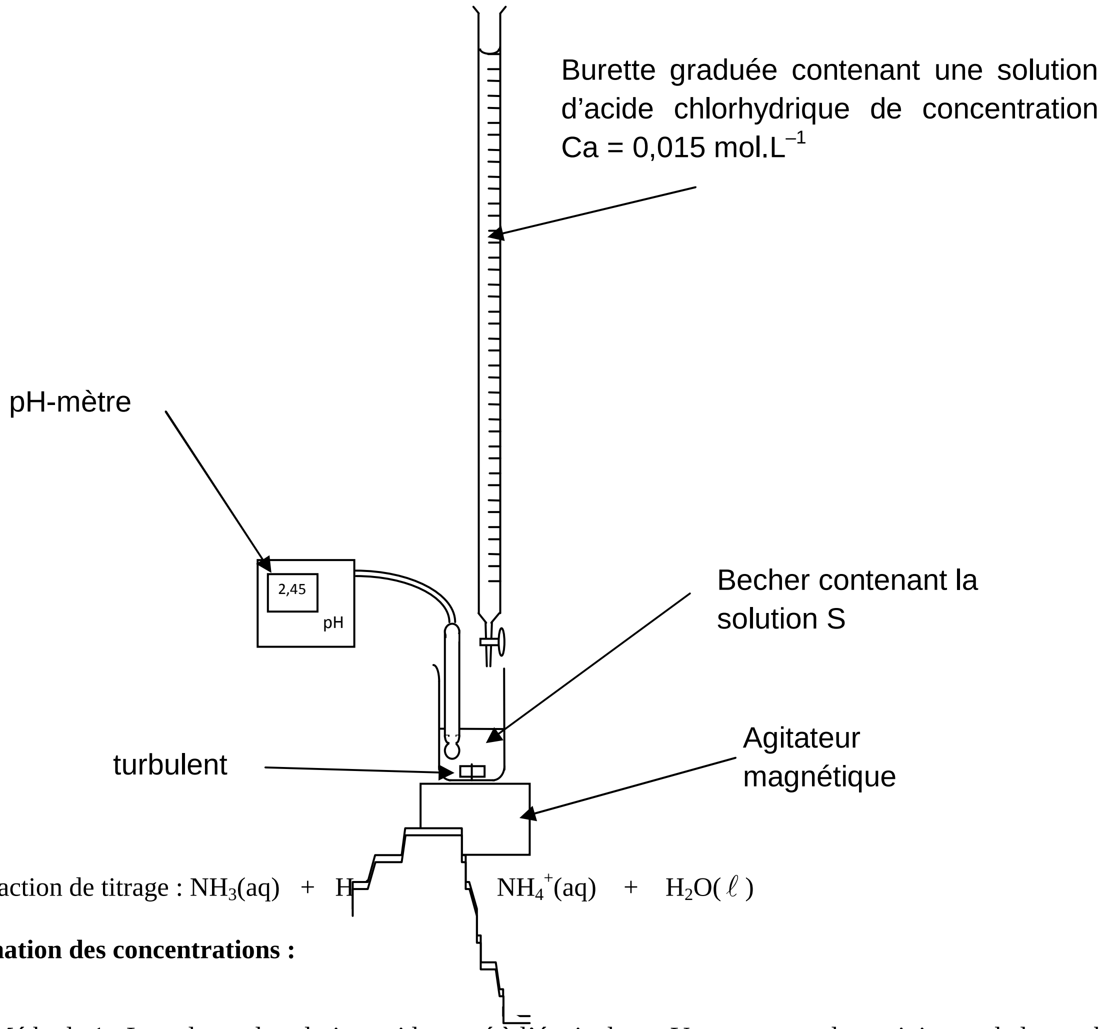
Soit $C_0.V_0 = C_S.V = \dfrac{C_0}{100}.V$ alors $V_0 = V/100$ soit $V_0 = 10,0\ mL$

On verse de la solution mère dans un becher. On prélève 10,0 mL de la solution mère à l'aide d'une **pipette jaugée de 10,0 mL** munie d'un pipeteur afin de les verser dans une **fiole jaugée de 1,00 L**.

1.2 Titrage de la solution diluée S :

1.2.1

(0,75)

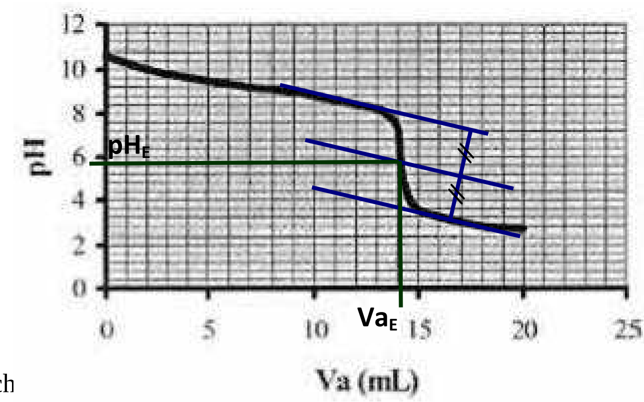


(0,25) 1.2.2 Réaction de titrage : NH_3(aq) + H NH_4^+(aq) + $H_2O(\ell)$

1.2.3 Détermination des concentrations :

(0,25) 1.2.3.a <u>Méthode 1 :</u> Le volume de solution acide versé à l'équivalence Va_E correspond au minimum de la courbe $\frac{dpH}{dVa}$ = f(Va). $\mathbf{Va_E = 14\ mL}$

<u>Méthode2 :</u> méthodes des tangentes.



On obtient également Va_E = 14 mL

Une seule méthode suffisait.

<u>Remarque :</u> Il est difficile de donner plus de 2 ch

1.2.3.b À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques :

(0,25) $n_{\text{acide versée}} = n_{NH_3 initiale}$

(0,25) Ca. Va_E = $C_S.V_S$ $\quad C_S = \frac{Ca.Va_E}{V_S}$ $\quad C_S = \frac{0{,}015 \times 14}{20}$ = $1{,}05\times10^{-2}$ = $\mathbf{1{,}1\times10^{-2}\ mol.L^{-1}}$

(0,25) $\mathbf{C_0 = 100.C_S}$ $\quad \mathbf{C_0}$ = $100\times1{,}05\times10^{-2}$ = $\mathbf{1{,}1\ mol.L^{-1}}$

(0,25) On retrouve la même valeur de C_0 donnée au début de l'énoncé.

1.2.4 (0,25) La zone de virage de l'indicateur coloré choisi doit contenir la valeur du pH à l'équivalence.

(0,25) Celui-ci étant voisin de 6 (voir pH_E sur le graphique précédent), on choisit le **rouge de méthyle**.

(0,25) Pour $V < Va_E$ la solution est colorée en **jaune**. Au delà de l'équivalence, la solution est colorée en **rouge**.

1.3 Étude de l'équilibre dans la solution diluée S :

1.3.1Réaction acido-basique dans S : $NH_3(aq) + H_2O(\ell) = NH_4^+(aq) + HO^-(aq)$ (2)

1.3.1.a (0,25) $K = \dfrac{[HO^-_{(aq)}]_{éq} \cdot [NH^+_{4(aq)}]_{éq}}{[NH_{3(aq)}]_{éq}}$

1.3.1.b Soit l'équation modélisant la réaction entre l'acide NH_4^+ et l'eau :

$NH_4^+(aq) + H_2O(\ell) = NH_3(aq) + H_3O^+$ $K_{A2} = \dfrac{[NH_{3(aq)}]_{éq} \cdot [H_3O^+_{(aq)}]_{éq}}{[NH^+_{4(aq)}]_{éq}}$

$K = \dfrac{[HO^-_{(aq)}]_{éq} \cdot [NH^+_{4(aq)}]_{éq}}{[NH_{3(aq)}]_{éq}} \cdot \dfrac{[H_3O^+_{(aq)}]_{éq}}{[H_3O^+_{(aq)}]_{éq}}$ donc $K = \dfrac{K_e}{K_{A2}}$ **(0,25)** $K = \dfrac{10^{-pK_e}}{10^{-pK_{A2}}} = 10^{(pK_{A2} - pK_e)}$

(0,25) $K = 10^{9,2-14} = 1,6\times10^{-5}$

1.3.2. Composition de S :

(0,5) 1.3.2.a Équation		$NH_3(aq)$ +	$H_2O(\ell)$ =	$NH_4^+(aq)$ +	$HO^-(aq)$
État	**Avancement (mol)**	**Quantité de matière (mol)**			
État initial	**0**	$C_S.U_S$	Excès	0	0
État final	$\mathbf{x_{éq}}$	$C_S.U_S - x_{éq}$	Excès	$x_{éq}$	$x_{éq}$

1.3.2.b (0,5) $K = \dfrac{[HO^-_{(aq)}]_{éq} \cdot [NH^+_{4(aq)}]_{éq}}{[NH_{3(aq)}]_{éq}} = \dfrac{\dfrac{x_{éq}}{U_S} \cdot \dfrac{x_{éq}}{U_S}}{\dfrac{C_S.U_S - x_{éq}}{U_S}} = \dfrac{x_{éq}^2}{(C_S.U_S - x_{éq}).U_S}$

$x_{éq}$ est négligeable par rapport au produit $C_S.U_S$, donc $C_S.U_S - x_{éq} \approx C_S.U_S$; il vient : $K \approx \dfrac{x_{éq}^2}{C_S.U_S^2}$

1.3.2.c. $x_{éq}^2 \approx K.C_S.U_S^2$

(0,25) Mathématiquement 2 solutions $x_{éq} \approx \pm\sqrt{K.C_S.U_S^2}$, mais « chimiquement » on garde la solution $x_{éq} > 0$.

$x_{éq} = \sqrt{1,6\times10^{-5}\times1,1\times10^{-2}\times1,0^2} = 4,2\times10^{-4}$ mol

Vérification de l'hypothèse : $C_S.U_S = 1,1\times10^{-2}$ mol.

(0,25) On retrouve bien $x_{éq} << C_S.U_S$.

1.3.3 Étude conductimétrique :

La valeur de la conductivité de la solution diluée S est σ = 8,52.10^{-3} S.m^{-1}.

1.3.3.a (0,5) $\sigma = \lambda(HO^-(aq)).[HO^-(aq)]_{éq} + \lambda(NH_4^+(aq)).\ [NH_4^+(aq)]_{éq}$

D'après l'équation (2) $[HO^-(aq)]_{éq} = [NH_4^+(aq)]_{éq}$

il vient : $\sigma = (\lambda(HO^-(aq)) + \lambda(NH_4^+(aq))).[HO^-(aq)]_{éq}$

$$[NH_4^+(aq)]_{éq} = [HO^-(aq)]_{éq} = \frac{\sigma}{\lambda(HO^-_{(aq)}) + \lambda(NH^+_{4(aq)})}$$

$$[NH_4^+(aq)]_{éq} = [HO^-(aq)]_{éq} = \frac{8{,}52\times10^{-3}}{(199+73{,}4)\times10^{-4}} = 3{,}13\times10^{-1}\ \text{mol.m}^{-3} = \mathbf{3{,}13\times10^{-4}\ mol.L^{-1}}$$

1.3.3.b (0,5) $pH = -\log([H_3O^+(aq)]_{éq}) = -\log\left(\frac{K_e}{\left[HO^-_{(aq)}\right]_{éq}}\right)$

$$pH = -\log\left(\frac{1{,}0\times10^{-14}}{3{,}13\times10^{-4}}\right) = 10{,}495 \approx \mathbf{10}$$ *calcul effectué avec $[HO^-(aq)]_{éq}$ non arrondie.*

Ce résultat est en accord avec les données expérimentales car on observe pour le graphique ci-dessous un pH compris entre 10 et 11 quand Va = 0 mL